MATEMÁTICA

07. O lucro mensal, em reais, de um empreendimento comercial é descrito pela expressão matemática $L(t) = 2000 \,.\, (2{,}5)^t$, sendo $L(t)$ o lucro após t meses e $t = 0$ o tempo inicial. Dado $\log 2 = 0{,}30$, determine:

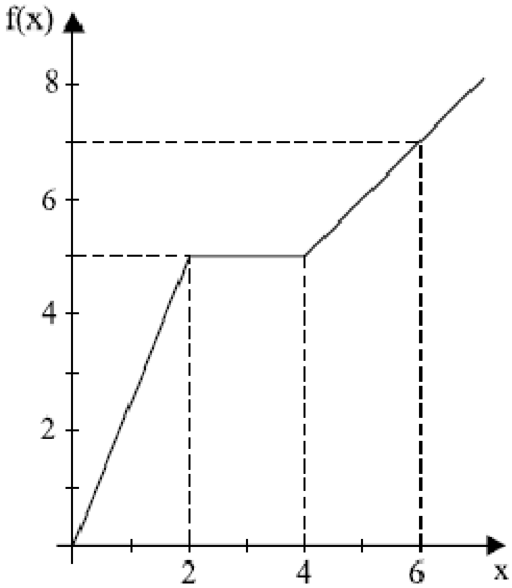
a) o lucro inicial.

b) o tempo t necessário para que o lucro seja de R$ 8.000,00.

RESOLUÇÃO

a) $L_{(0)} = 2000 \cdot 2{,}5^0$ $L_{(0)} =$ R$ 2.000,00	**b)** $L_{(t)} = 8000$ $L_{(t)} = 2000 \cdot 2{,}5^t$ $2000 \cdot 2{,}5^t = 8000$ $2{,}5^t = 4$ $\log 2{,}5^t = \log 4$ $t \cdot \log\left(\frac{10}{4}\right) = \log 4$ $t \cdot (\log 10 - \log 4) = \log 4$ $t \cdot (1 - 2 \cdot \log 2) = 2 \cdot \log 2$ $t \cdot (1 - 2 \cdot 0{,}30) = 2 \cdot 0{,}30$ $t \cdot 0{,}4 = 0{,}6$ $t = 1{,}5$ meses

08. Analise o gráfico da função f(x).



Determine:

a) f(1).

b) f(1) + f(3) + f(5).

RESOLUÇÃO

a) f(0) = 0
f(2) = 5
f(x) = ax + b
f(0) = 0 $\rightarrow$ b = 0
f(2) = 5 $\rightarrow$ 5 = a · 2

$a = \dfrac{5}{2}$

$f(x) = \dfrac{5}{2}x$

$\boxed{f(1) = \dfrac{5}{2}}$

b) $f(1) = \dfrac{5}{2}$

f(3) = 5

$f(5) = 0? \begin{cases} f(4) = 5 \\ f(6) = 7 \end{cases}$

f(x) = ax + b

$\begin{cases} 5 = a \cdot 4 + b & (-1) \\ 7 = a \cdot 6 + b \end{cases}$

$\begin{cases} -5 = -4a - b \\ 7 = 6a + b \end{cases}$

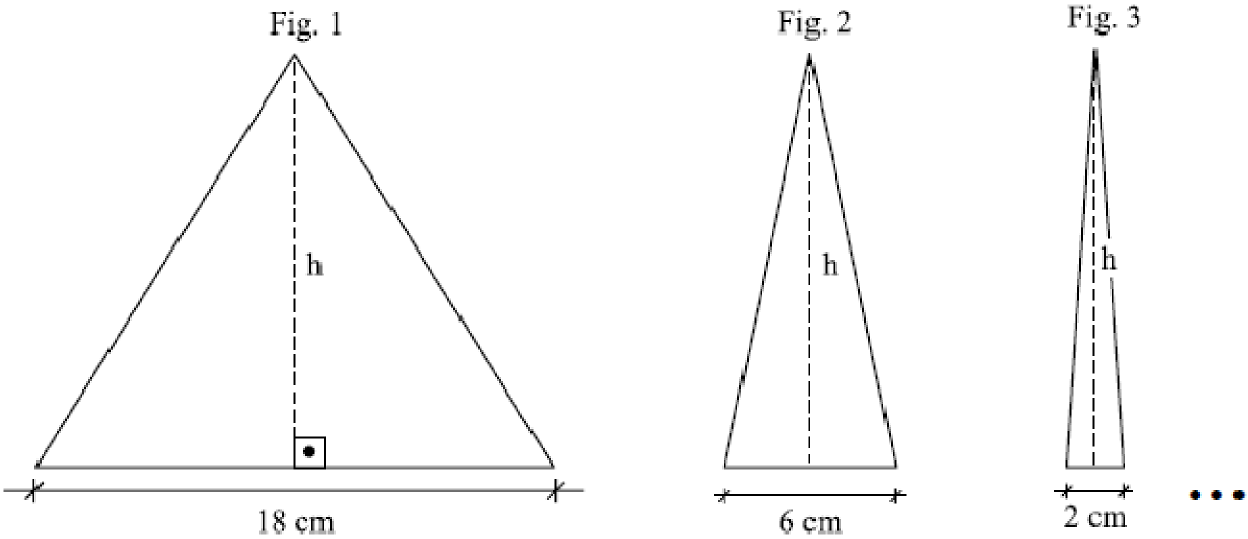
2 = 2a
a = 1
5 = 1 · 4 + b
b = 1
f(x) = x + 1
f(5) = 6

$f(1) + f(3) + f(5) = \dfrac{5}{2} + 5 + 6$

$f(1) + f(3) + f(5) = \dfrac{5 + 10 + 12}{2}$

$f(1) + f(3) + f(5) = \dfrac{27}{2}$

09. Observe a série de triângulos isósceles, todos de mesma altura h. As medidas das bases estão indicadas nas figuras e obedecem a uma sequência numérica.



Determine:

a) a altura h, sabendo que a área do triângulo da figura 1 é 36 cm².

b) a soma das áreas de todos triângulos possíveis que obedecem a série iniciada com o triângulo da figura 1.

RESOLUÇÃO

a) $S_1 = 36$

$S_1 = \dfrac{18 \cdot h}{2}$

$9 \cdot h = 36$

$\boxed{h = 4 \text{ cm}}$

b) $S_1 = 36$

$S_2 = \dfrac{6 \cdot 4}{2} = 12$

$S_3 = \dfrac{2 \cdot 4}{2} = 4$

P.G. de razão $\left(q = \dfrac{1}{3}\right)$, com $n \to \infty$

Portanto:

$S_{n\to\infty} = \dfrac{a_1}{1-q}$

$S_{n\to\infty} = \dfrac{36}{1-\dfrac{1}{3}}$

$S_{n\to\infty} = \dfrac{36}{\dfrac{3-1}{3}}$

$S_{n\to\infty} = 36 \cdot \dfrac{3}{2}$

$\boxed{S_{n\to\infty} = 54 \text{ cm}^2}$

10. As placas de todos os automóveis são formadas por 3 das 26 letras de nosso alfabeto, seguidas de 4 algarismos. Calcule o número máximo possível de placas:

a) com todas as letras iguais e todos os algarismos iguais.

b) com as letras D, B e V, em qualquer ordem, e os algarismos todos distintos, e com o último algarismo da direita igual a 3 ou igual a 4.

RESOLUÇÃO

a) $26 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ $\boxed{\text{260 placas}}$	**b)** $P_3 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2$ $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1008$ $\boxed{\text{6048 placas}}$

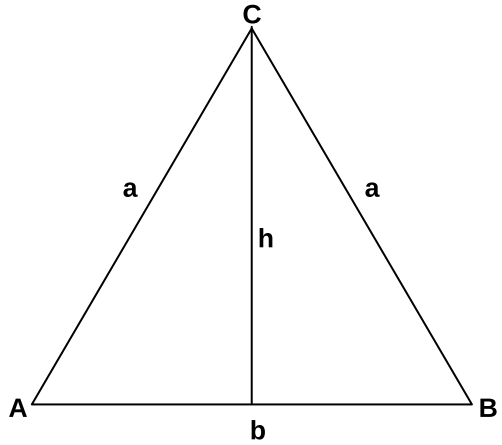
11. Considere um triângulo isósceles ABC. Sabe-se que a altura h excede a base $\overline{AB}$ em 2 m, e que o perímetro desse triângulo é igual a 36 m.
Determine:

a) a medida da altura do triângulo.

b) a área do triângulo.

RESOLUÇÃO

a)



$h = b + 2$

$a + a + b = 36 \rightarrow a = 18 - \frac{b}{2}$

$a^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2$

$\left(18 - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + (b+2)^2$

$324 - 18b + \cancel{\frac{b^2}{4}} = \cancel{\frac{b^2}{4}} + b^2 + 4b + 4$

$b^2 + 22b - 320 = 0$

$\Delta = 22^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-320)$

$\Delta = 484 + 1280$

$\Delta = 1764$

$b = \frac{-22 \pm 42}{2}$

$\boxed{b' = 10}$ V

$b'' = -32$ X

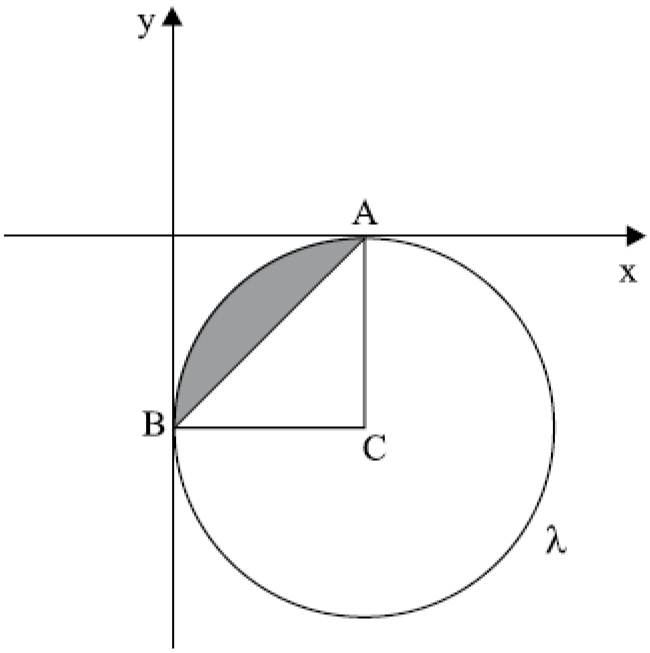
$h = 10 + 2$

$\boxed{h = 12 \text{ m}}$

b) $S_{\Delta} = \frac{10 \cdot 12}{2}$

$\boxed{S_{\Delta} = 60 \text{ m}^2}$

12. A circunferência λ de equação $x^2 + y^2 - 8x + 8y + 16 = 0$ e centro C é tangente ao eixo das abscissas no ponto A e é tangente ao eixo das ordenadas no ponto B, como mostra a figura.



Determine:

a) o raio e o comprimento da circunferência λ.

b) a área da região sombreada na figura.

RESOLUÇÃO

a) $-2a = -8$
$a = 4$
$-2b = 8$
$b = -4$
$C(+4; -4)$

$a^2 + b^2 - R^2 = 16$
$16 + 16 - R^2 = 16$
$R^2 = 16$

$\boxed{R = 4}$

$C = 2\pi R$

$\boxed{C = 8\pi}$

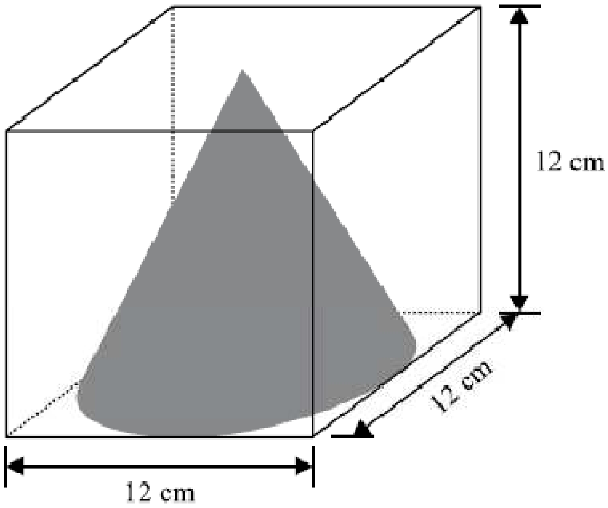
b) $A_S = A_{setor} - A\Delta$

$A_S = \dfrac{\pi \cdot 4^2}{4} - \dfrac{4 \cdot 4}{2}$

$A_S = 4\pi - 8$

$\boxed{A_S = 4(\pi - 2)}$

13. A base de um cone reto está inscrita na base de um cubo de aresta de comprimento igual a 12 cm. O vértice do cone está situado no centro da face do cubo oposta à base do cone, como mostra a figura.



Calcule:

a) o volume do cone.

b) a razão entre o volume do cone e o volume do cubo.

RESOLUÇÃO

a) R = 6 cm
h = 12 cm

$V_{cone} = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot h$

$V_{cone} = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 12$

$\boxed{V_{cone} = 144\pi \text{ cm}^3}$

b) $V_{cubo} = 12^3$

$\frac{V_{cone}}{V_{cubo}} = \frac{\cancel{144}\pi}{12^{\cancel{3}}}$

$\boxed{\frac{V_{cone}}{V_{cubo}} = \frac{\pi}{12}}$

14. Certo produto foi vendido durante uma semana pelo preço unitário de R$ 20,00. Insatisfeito com a demanda, o lojista reduziu o preço e, em consequência, na semana seguinte o número de unidades vendidas aumentou 50% em relação ao da semana anterior, e o total arrecadado com a venda desse produto aumentou 20% em relação ao da semana anterior.
Determine:

a) o preço reduzido e o respectivo percentual de redução.

b) o percentual mínimo necessário de acréscimo no número de unidades vendidas com o preço reduzido, para que o total arrecadado na segunda semana não seja inferior ao da primeira.

RESOLUÇÃO

a) x = valor reduzido
n = número inicial vendido

$(20 - x) \cdot 1,5 \cdot \cancel{n} = 20 \cdot \cancel{n} \cdot 1,20$
$30 - 1,5x = 36$
$1,5x = 6$
$x = 4$

$\boxed{\text{Preço reduzido = R\$ 16,00}}$

R$	%
20	100
4	P

$\boxed{P = 20\%}$

b) $16 \cdot n \cdot \left(1 + \frac{P}{100}\right) \geq 20 \cdot n$

$1 + \frac{P}{100} \geq 1,25$

$\frac{P}{100} \geq 0,25$

$P \geq 25\%$

$\boxed{P = 25\%}$